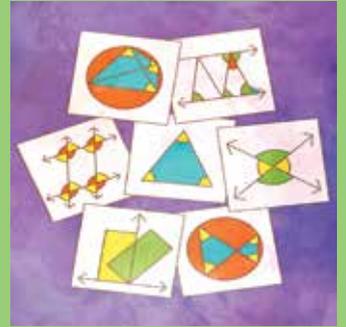


गणित

ज्यामितीय तर्क

विद्यार्थी कार्यपुस्तिका



An initiative seeded by

TATA TRUSTS



CLix (2018)

TISS/CEI&AR/CLix/SHb/M/GR/h/06Apr'18/03

The **Connected Learning Initiative (CLix)** is a technology enabled initiative at scale for high school students. The initiative was seeded by Tata Trusts, Mumbai and is led by Tata Institute of Social Sciences, Mumbai and Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA USA. CLix offers a scalable and sustainable model of open education, to meet the educational needs of students and teachers. The initiative has won UNESCO's prestigious 2017 King Hamad Bin Isa Al-Khalifa Prize, for the Use of Information and Communication Technology (ICT) in the field of Education.

CLix incorporates thoughtful pedagogical design and leverages contemporary technology and online capabilities. Resources for students are in the areas of Mathematics, Sciences, Communicative English and Digital Literacy, designed to be interactive, foster collaboration and integrate values and 21st century skills. These are being offered to students of government secondary schools in Chhattisgarh, Mizoram, Rajasthan and Telangana in their regional languages and also released as Open Educational Resources (OERs).

Teacher Professional Development is available through professional communities of practice and the blended Post Graduate Certificate in Reflective Teaching with ICT. Through research and collaborations, CLix seeks to nurture a vibrant ecosystem of partnerships and innovation to improve schooling for underserved communities.

Collaborators:

Centre for Education Research & Practice – Jaipur, Department of Education, Mizoram University – Aizawl, Eklavya – Bhopal, Homi Bhabha Centre for Science Education, TIFR – Mumbai, National Institute of Advanced Studies – Bengaluru, State Council of Educational Research and Training (SCERT) of Telangana – Hyderabad, Tata Class Edge – Mumbai, Inter-University Centre for Astronomy and Astrophysics – Pune, Govt. of Chhattisgarh, Govt. of Mizoram, Govt. of Rajasthan and Govt. of Telangana.

Any questions, suggestions or queries may be sent to us at:
contact@clic.tiss.edu



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License.

गणित
ज्यामितीय तर्क
विध्यार्थी कार्यपुस्तिका

यह पुस्तिका संबंधित है:

नाम:.....

कक्षा :.....

अनुभाग :.....

सूची

मॉड्यूल: ज्यामितीय तर्क

Attributions

मौड्यूल विवरण

ज्यामितीय तर्क भाग I

इकाई 1: आकृति की अवधारणा

पाठ 1.1: आकृति क्या होती है? 1

इकाई 2: आकृतियों का विश्लेषण और वर्णन

पाठ 2.1: आकृतियों का विश्लेषण 2

* पाठ 2.2: आकृतियों का वर्णन

इकाई 3: आकृतियों को परिभाषित और वर्गीकृत करना

* पाठ 3.1: आकृतियों का वर्गीकरण

पाठ 3.2: आकृतियों को परिभाषित करना 4

पाठ 3.3: विशिष्ट चतुर्भुजों को परिभाषित करना 5

पाठ 3.4: विशिष्ट चतुर्भुजों की परिभाषा 8

ज्यामितीय तर्क भाग II

इकाई 1: गुण-आधारित तर्क-क्षमता

पाठ 1.1: विशिष्ट चतुर्भुजों के बीच सम्बन्ध 13

पाठ 1.2: सम्बन्धों का निरूपण 14

* पाठ 1.3: परिभाषाओं पर चर्चा

इकाई 2: प्रमाणों की जरूरत को समझना

पाठ 2.1: मध्यबिंदु - पड़ताल 23

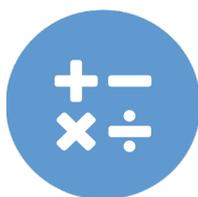
पाठ 2.2: कोणों के योग का गुणधर्म 26

पाठ 2.3: प्रमाण की आवश्यकता 27

पाठ 2.4: प्रमाण का लेखन 30

पाठ 2.5: सही और गलत सिद्ध करना 30

* इस कायपूस्तििका में केवल व्यवहारिक गतिविधि (हैन्ड्स-ऑन) वाले पाठों (छायांकत) को शामिल किया गया है

**CLIX subject team**

Amit Dhakulkar
Arati Bapat
Arindam Bose
Bindu Thirumalai
Jayashree Subramanian
Jeenath Rahaman
Ruchi S. Kumar
Saurabh Khanna
Saurabh Thakur
Sayali Chougale
Suchismita Srinivas
Sumegh Paltiwale
Vijay Wani
Shweta Naik (Consultant)

Academic mentor

Aaloka Kanhare
K. Subramaniam

Academic support

Archana Correa
Arnab Kumar Ray
Jaya Mahale
Jayashree Anand
Samir Dhurde
Shikha Takker
Tuba Khan

Editors

Arindam Bose
Bindu Thirumalai
Ruchi S. Kumar
Suchismita Srinivas

Copy editors

Aparna Tulpule
Venkatnarayanan Ganapathi

Translators

Amrit Upadhyay
Dilip Tanwar
Dr. K. Sharma
Dr. Srinivas Chennuri
Hari Mishra
Jitender Kumar
Pramod Pathak
Praveen Allamsetti
Ravi Kant

Production team

Dhammaratna Jawale
Jaya Mahale
Jayashree Anand
Sheetal Suresh

Video development support

Gitanjali Somanathan
Manoj Bhandare
Shiva Thorat

Voice over

Arindam Bose
Ruchi S. Kumar
Saurabh Thakur
Suchismita Srinivas

Platform development

Brandon Muramatsu
Cole Shaw
Harshit Agarwal
Jeff Merriman
Kathleen McMahon
Kedar Aitawdekar
Keerthi K.R.D
Kirky DeLong
Mrunal Nachankar
Nagarjuna G.
Padmini Sampath
Prachi Bhatia
Rachana Katkam
Ramjee Swaminathan
Sadaqat Mulla
Satej Shende
Sumegh Paltiwale
Saurabh Bharswadkar

Tool development

Ashwin Nagappa
Kedar Aitawdekar
Mrunal Nachankar
Prachi Bhatia
Rachana Katkam
Sadaqat Mulla
Saurabh Bharswadkar
Tanvi Domadia
Tejas Shah

Platform design

Aditya Dipankar

Platform content authoring

Ashirwad Wakade
Rajiv Sambari
Roshan Gajbhiye
Saurabh Thakur
Sumegh Paltiwale
Vijay Wani

Publication team

Rachna Ramesh Kumar
Sunita Badrinarayan
Usha Iyengar

Cover design and formatting

Ramesh Khade

Special Thanks

To the students and teachers of all the schools where we piloted our modules.

To all the teachers, copyeditors and Rajasthan and Telangana team for their time and effort in the revalidation of content

मौड्यूल विवरण

ज्यामितीय तर्क मौड्यूल

ज्यामितीय तर्क मौड्यूल (भाग I और II) को कक्षा 8 और 9 के छात्रों में तर्क करने की क्षमता के विकास के लिये बनाया गया है। इन मौड्यूलों में कुल 5 इकाइयां हैं जो कि आकृतियों के गुणधर्मों के आधार पर द्विविमीय आकृतियों की समझ, विश्लेषण करने की क्षमता, आत्मविश्वास के साथ चर्चा, तर्क-वितर्क करने में छात्रों की सहायता करेगा। यह मौड्यूल विभिन्न चतुर्भुजों के गुणों के आधार पर उनकी परिभाषाएं बनाने में भी छात्रों की मदद करेगा। ज्यामितीय तर्क भाग I से आगे बढ़ते हुए भाग II में छात्र, विशिष्ट चतुर्भुजों के मध्य सम्बन्धों को और गणित में सिद्ध करने की आवश्यकता को समझ पाएंगे। मौड्यूल में पुलिसक्वाड नामक डिजिटल खेल को इस प्रकार बनाया गया है कि खेलते हुए छात्र आकृतियों के गुणधर्मों के बारे में गहराई से सोच सकेंगे। लोगो टर्टल और जियोजेब्रा मुफ्त, मुक्त श्रोत सॉफ्टवेयर हैं जो छात्रों को कई अवधारणाओं, गुणों और प्रमेयों की जाँच के लिये विज़ुअल (दृश्य) अनुभव प्रदान करते हैं।

मौड्यूल में डिजिटल और हैंड्स-ऑन (प्रायोगिक) दोनों प्रकार की गतिविधियाँ हैं और निर्माणात्मक मूल्यांकन इस कोर्स का अभिन्न अंग है। डिजिटल प्लेटफॉर्म पर हर मौड्यूल की शुरुआत और अन्त में पूर्व मूल्यांकन और पाठोपरान्त मूल्यांकन हैं। इस कोर्स को वर्तमान राज्य और एन.सी.ई.आर.टी. पाठ्यक्रमों के अनुरूप तैयार किया गया है और गतिविधियाँ छात्रों की सोच और तर्क क्षमताओं के विकास पर केंद्रित हैं। गणित मौड्यूल सर्वर आधारित मॉडल का उपयोग करते हुए विद्यालयों के कंप्यूटर प्रयोगशालाओं में स्थापित किया जाएगा।

इस पुस्तिका का उपयोग कैसे करे?

इस पुस्तिका में मौड्यूल की कुछ गतिविधियाँ हैं जो हैंड्स-ऑन (कक्षा चर्चाओं पर आधारित) हैं और इनका उपयोग क्लिक्स प्लेटफॉर्म पर उपस्थित अन्य सामग्रियों के साथ करें। इन हैंड्स-ऑन गतिविधियों और कार्यपत्रकों की मदद से ज्यामितीय आकृतियों की समझ को समेकित करने में मदद मिलेगी और इनका प्रयोग डिजिटल गतिविधियों के साथ एक उचित अनुक्रम में किया जाना चाहिए। छात्र इस कार्यपुस्तिका में दिए गए स्थान में या उनके नोटबुक में समस्याएं हल कर सकते हैं और अपने शिक्षकों और साथियों के साथ उस पर चर्चा कर सकते हैं।

क्लिक्स प्लेटफॉर्म एक डिजिटल प्लेटफॉर्म है जो डिजिटल और कार्यपुस्तिका दोनों में मौजूद विषयवस्तु का उपयोग करता है। प्लेटफॉर्म में नोटबुक, चर्चा और गैलरी जैसी सुविधाएं हैं, जहां छात्र क्रमशः प्रतिक्रियाएं, टिप्पणियां दे सकते हैं और अपना काम अपलोड कर सकते हैं।

ज्यामितीय तर्क
भाग ।

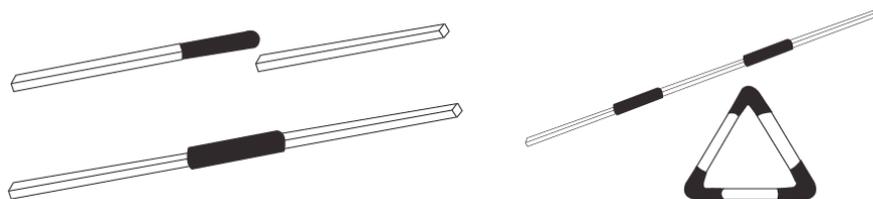
इकाई 1: आकृति की अवधारणा

पाठ 1.1: आकृति क्या है

गतिविधि 1 – माचिस की तीलियों से आकृतियाँ बनाना

अपने समूह में काम करें। आपको कुछ (इस्तेमाल की जा चुकी) माचिस की तीलियों और साइकल वॉल्व ट्यूबों की ज़रूरत पड़ेगी।

कार्य 1: माचिस की तीलियों और वॉल्व ट्यूबों का उपयोग करके एक त्रिभुज, एक वर्ग और एक पंचभुज बनाएँ।



कार्य 2: वर्ग के साथ (तालिका में उल्लिखित) ये क्रियाएं करें। अपने समूह में चर्चा करें और देखें कि ऐसा करने से आकृति बदलती है या नहीं।

	क्रिया	क्या इससे आकृति बदलती है?	आपको ऐसा क्यों लगता है?
1	आकृति को फ़र्श/डेस्क पर सरकाना		
2	आकृति को फ़र्श/डेस्क पर घुमाना		
3	आकृति को फ़र्श/डेस्क पर पलटना		
4	आकृति के आमने-सामने के शीर्षों को दबाना		

कार्य 3: पंचकोण के आमने-सामने के शीर्षों को दबाकर देखें। क्या उसकी आकृति बदलती है? अब यही क्रिया त्रिभुज के साथ करें। क्या उसकी आकृति बदलती है?

विस्तारित कार्य 1: पंचभुज को विकृत करके/मरोड़कर, जितनी हो सके अलग-अलग आकृतियाँ बनाने का प्रयास करें (जोड़ों को तोड़े या खोले बिना)। खासतौर पर, ये बनाने का प्रयास करें

- एक त्रिभुज, जिसकी सिर्फ़ दो भुजाएँ बराबर हों
- चार भुजाओं वाला बहुभुज
- सितारे की आकृति

विस्तारित कार्य 2: एक ऐसा त्रिभुज बनाने का प्रयास करें, जिसकी तीनों भुजाओं की लंबाई अलग-अलग हो। इस कार्य के लिए कम-से-कम कितनी माचिस की तीलियों की ज़रूरत पड़ेगी?

इकाई 2: आकृतियों का विश्लेषण और वर्णन

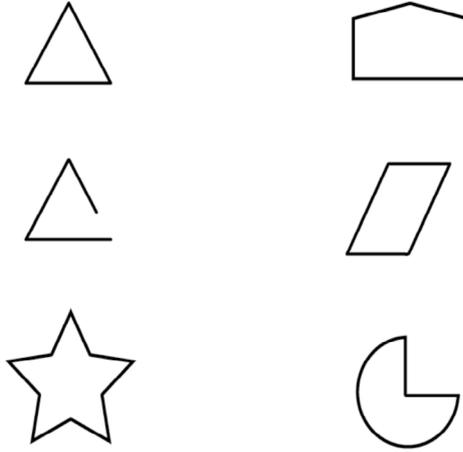
पाठ 2.1: आकृतियों का विश्लेषण

इस पाठ में, छात्र प्लेटफार्म पर “पुलिसक्वाड” - मिशन 1 डिजिटल खेल खेलते हैं। खेल का यह मिशन गुणधर्म आधारित तर्क वाले कार्यों की मदद से छात्रों की आकृतियों की समझ को विकसित करता है।

गतिविधि 1 - आकृतियों को छांटना

निम्नलिखित कार्यों को अकेले पूरा करें और फिर इसकी चर्चा अपने समूह के साथ करें।

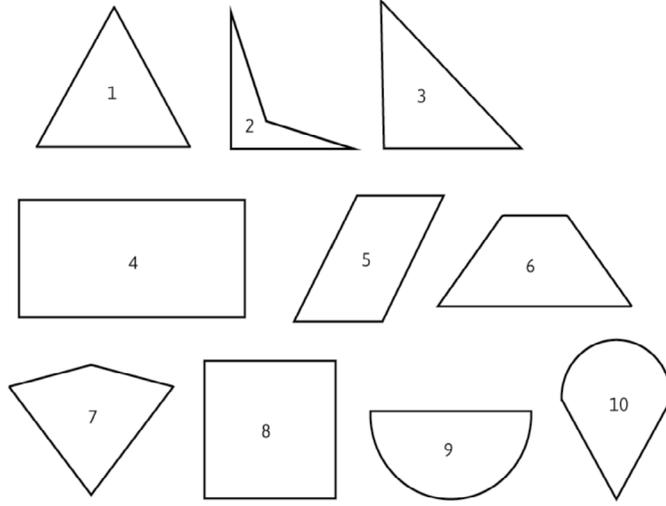
कार्य 1: इनमें से प्रत्येक आकृति के बारे में (या उसके गुणों के बारे में) 1 से 2 पंक्तिया लिखें।



कार्य 2: नीचे दिए गए प्रत्येक सेट में मौजूद दो आकृतियों का अवलोकन करें। उन दोनों में नज़र आने वाली ज़्यादा-से-ज़्यादा समानताएँ या असमानताएँ लिखें। पहले सेट के लिए एक उदाहरण दिया गया है।

समूह	समानता	असमानता
	1) दोनों में सिर्फ़ 4 भुजाएँ हैं 2) दोनों में दो जोड़ी समानांतर भुजाएँ हैं	1) पहली आकृति में 4 सम कोण हैं जबकि दूसरी आकृति में नहीं हैं।

कार्य 3: नीचे दी गई आकृतियों के संग्रह पर नज़र डालें। उनके गुणों के आधार पर, जितने हो सकें, उतने अलग-अलग तरीकों से छाँटकर दो-दो समूहों में रखें। तालिका में एक उदाहरण दिया गया है।



गुण	इन आकृतियों में हैं	इन आकृतियों में नहीं हैं
इसमें सिर्फ 4 सरल भुजाएँ हैं	2, 4, 5, 6, 7, 8,	1, 3, 9, 10

अतिरिक्त कार्य 1: 3 ऐसी अलग-अलग आकृतियाँ बनाएँ, जिनके गुण इस प्रकार हों 'सभी भुजाएँ बराबर'। आपने जो आकृतियाँ बनाई हैं, उनमें समानता नज़र आने का एक कारण यह भी है कि उनकी 'सभी भुजाएँ बराबर' हैं। उनके बीच एक अंतर कौन-सा है?

अतिरिक्त कार्य 2: एक ऐसी आकृति बनाएँ, जिसमें ये दोनों गुण हों:

- केवल 5 भुजाएँ
- केवल 2 सम कोण

अतिरिक्त कार्य 3: एक ऐसी आकृति बनाएँ, जिसमें ये सभी गुण हों:

- केवल 4 भुजाएँ
- केवल 2 सम कोण
- केवल 1 जोड़ी समानांतर भुजाएँ

गतिविधि 2: पुलिसक्वाड मिशन 1

कृपया **CLIX प्लेटफार्म** पर इस गतिविधि को देखें।

पाठ 2.2: आकृतियों का वर्णन

कृपया **CLIX प्लेटफार्म** पर इस पाठ को देखें।

इस पाठ में, छात्र "पुलिसक्वाड" – मिशन 2 खेलते हैं जिसमें विवरण आधारित कार्यों की सहायता से आकृतियों की गुणधर्म आधारित समझ को पुख्ता करने में छात्रों को मदद मिलती है। यह मिशन रणनीतिक सोच को भी विकसित करता है।

इकाई 3: आकृतियों का वर्गीकरण और परिभाषा

पाठ 3.1: आकृतियों का वर्गीकरण

कृपया **CLIX प्लेटफार्म** पर इस पाठ को देखें।

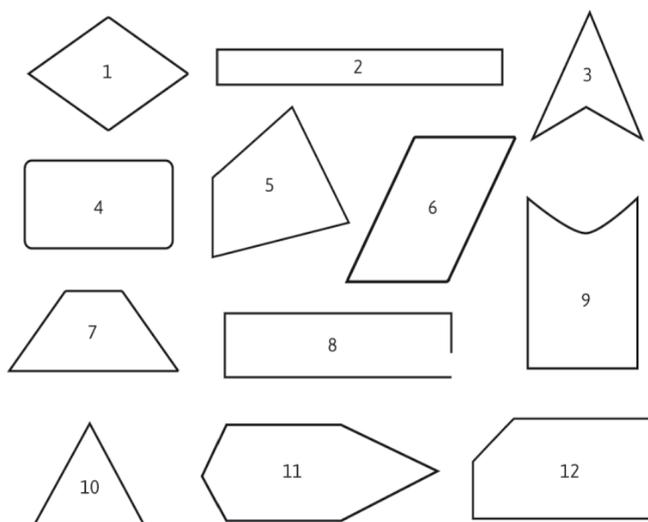
इस पाठ में, छात्र **“पुलिसवचाड”** – मिशन 3 खेलते हैं। यह मिशन छात्रों को गुणधर्म आधारित वर्गीकरण, तर्क और अनौपचारिक निगमन कार्यों का अनुभव प्रदान करता है।

पाठ 3.2: आकृतियों की परिभाषा

गतिविधि 1 – चतुर्भुज क्या होता है?

निम्नलिखित कार्य व्यक्तिगत रूप से करें और फिर अपने समूह से इस पर चर्चा करें।

कार्य 1: आकृतियों के समूह पर नज़र डालें और उन्हें उनके गुणों के आधार पर दो समूहों में छाँटें- ‘चतुर्भुज है’ और ‘चतुर्भुज नहीं है’।



अब, नीचे दी गई तालिका भरें।

ये चतुर्भुज हैं	ये चतुर्भुज नहीं हैं

प्रत्येक आकृति के लिए, इस पर चर्चा करें कि आपके विचार से वह चतुर्भुज है या नहीं। अब निम्नलिखित को पूरा करें: मेरे विचार से एक चतुर्भुज

पाठ 3.3: विशिष्ट चतुर्भुजों की परिभाषा

इस पाठ में, छात्र “टर्टल लोगो” के इस्तेमाल से विशिष्ट चतुर्भुजों की रचना, उनकी पहचान और परिभाषित करते हैं।

गतिविधि 1: आयतों का निर्माण

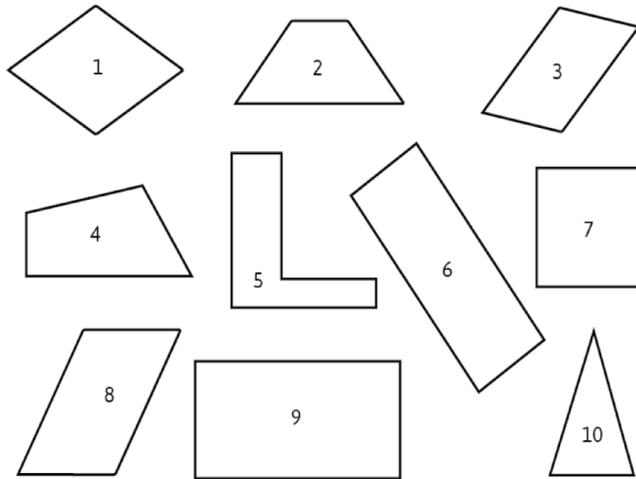
कृपया CLIX प्लेटफार्म पर इस गतिविधि को देखे।

गतिविधि 2 – विशिष्ट चतुर्भुजों का अन्वेषण

निम्नलिखित कार्य व्यक्तिगत रूप से करें और फिर अपने समूह से इस पर चर्चा करें।

कार्य 1: आकृतियों के समूह पर नज़र डालें और उन्हें ‘समांतर चतुर्भुज है’ और ‘समांतर चतुर्भुज नहीं’ के रूप में छाँटें। तालिका भरें।

ये समांतर चतुर्भुज हैं	ये समांतर चतुर्भुज नहीं हैं

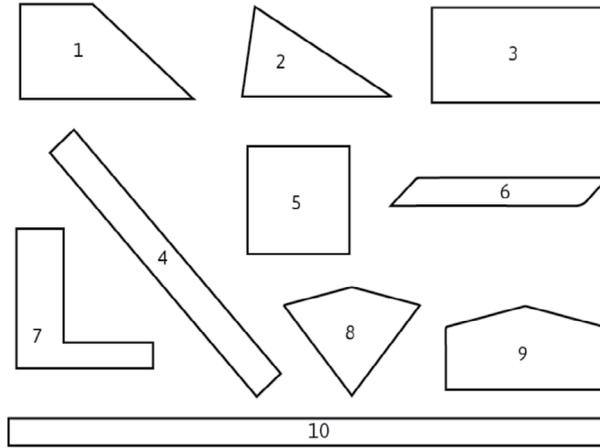


जो आकृतियाँ समांतर चतुर्भुज नहीं हैं, उनके संबंध में यह समझाएँ कि वे समांतर चतुर्भुज क्यों नहीं हैं?

मेरे विचार से एक समांतर चतुर्भुज

कार्य 2. आकृतियों के समूह पर नज़र डालें और उन्हें 'आयत है' और 'आयत नहीं' के रूप में छाँटें। तालिका भरें।

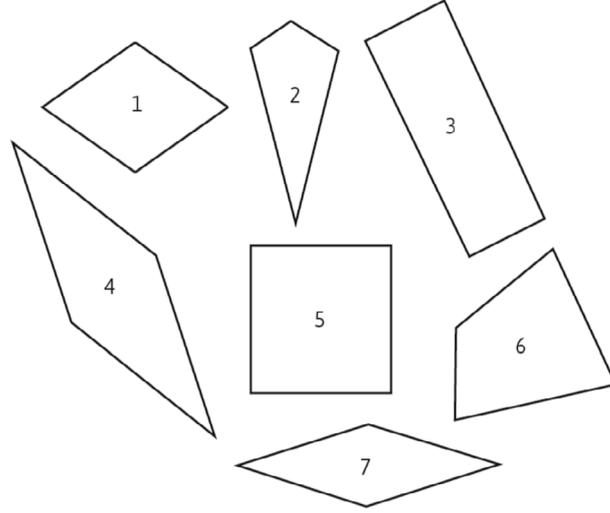
ये आयत हैं	ये आयत नहीं हैं



इसके आधार पर आयत की परिभाषा लिखें।

मेरे विचार से एक आयत

कार्य 3: आकृतियों के समूह पर नज़र डालें और उन्हें 'समचतुर्भुज है' और 'समचतुर्भुज नहीं'के रूप में छाँटें।



अब तालिका भरें।

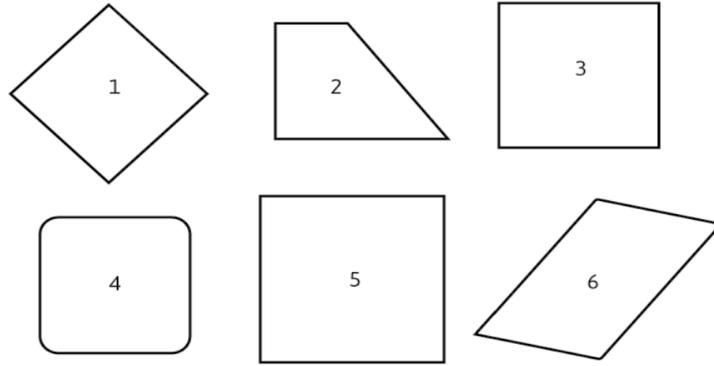
ये समचतुर्भुज हैं	ये समचतुर्भुज नहीं हैं

इसके आधार पर समचतुर्भुज की परिभाषा लिखें।

मेरे विचार से एक समचतुर्भुज

कार्य 4: आकृतियों के समूह पर नज़र डालें और उन्हें 'वर्ग है' और 'वर्ग नहीं' के रूप में छांटें।

ये वर्ग हैं	ये वर्ग नहीं हैं



इसके आधार पर, वर्ग की परिभाषा लिखें।

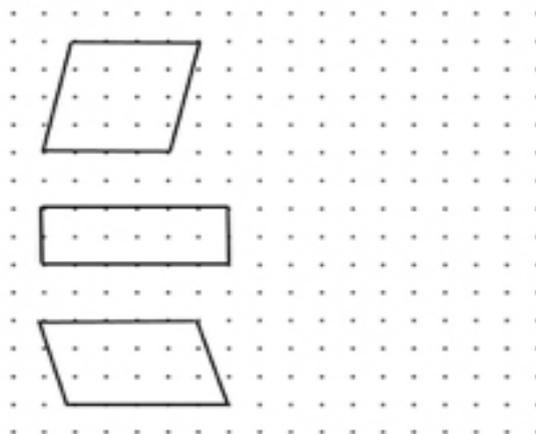
मेरे विचार से एक वर्ग

पाठ 3.4 : विशिष्ट चतुर्भुजों के गुण

गतिविधि 1- गुणों की सूचियाँ बनाना

निम्नलिखित कार्य व्यक्तिगत रूप से करें और फिर अपने समूह से इस पर चर्चा करें।

कार्य 1 a: यहाँ समांतर चतुर्भुज के कुछ उदाहरण दिए गए हैं। डॉट पेपर पर समांतर चतुर्भुज के दो और उदाहरण बनाईये। (ध्यान रहे कि आपके समांतर चतुर्भुज पहले से दिए गए समांतर चतुर्भुजों से अलग हों!)

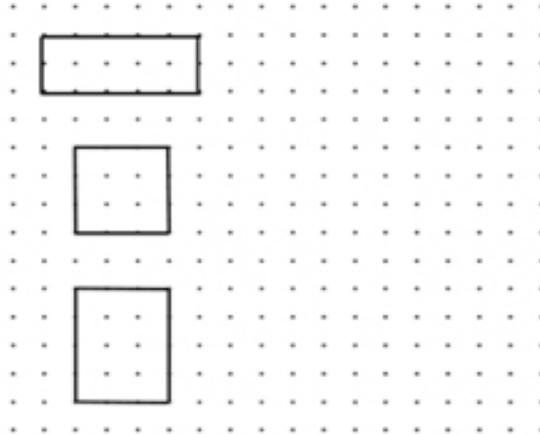


b. यह बताईये कि ये समांतर चतुर्भुज एक-दूसरे से किस तरह अलग हैं?

कार्य 2: कार्य 1 में दिए समांतर चतुर्भुजों पर नज़र डालें और उन सभी गुणों की एक सूची बनाईये, जिनके बारे में आप जानते हैं। ध्यान रहे कि ये गुण सभी उदाहरणों के लिए एक समान होने चाहिए।

समांतर चतुर्भुज के गुण		
भुजा के गुण	कोण के गुण	विकर्ण के गुण

कार्य 3 a: यहाँ आयतों के कुछ उदाहरण दिए गए हैं। डॉट पेपर पर आयत के दो और उदाहरण बनाईये। (ध्यान रहे कि आपके आयत पहले से दिए गए आयतों से अलग हो।)

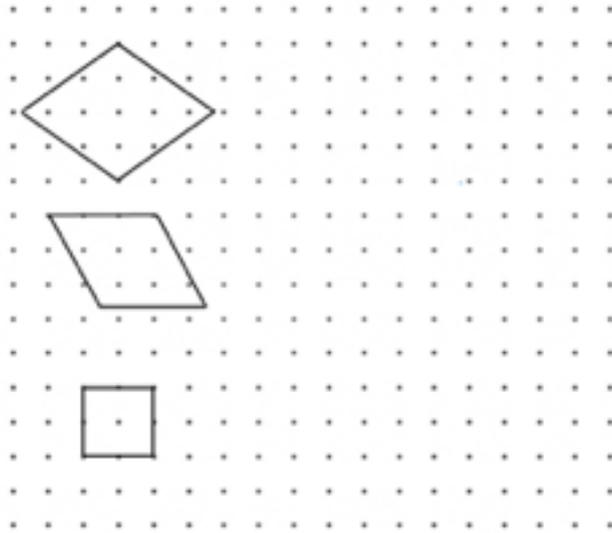


b. यह बताएँ कि ये आयत एक-दूसरे से किस तरह अलग हैं।

कार्य 4: कार्य 3 में दिए आयतों पर नज़र डालें और उन सभी गुणों की एक सूची बनाएँ, जिनके बारे में आप जानते हैं। ध्यान रहे कि ये गुण सभी उदाहरणों के लिए एक समान होने चाहिए!

आयत के गुण		
भुजा के गुण	कोण के गुण	विकर्ण के गुण

कार्य 5 a: यहाँ समचतुर्भुजों के कुछ उदाहरण दिए गए हैं। डॉट पेपर पर समचतुर्भुज के दो और उदाहरण बनाइये। (ध्यान रहे कि आपके समचतुर्भुज पहले से दिए गए समचतुर्भुजों से अलग हों!)

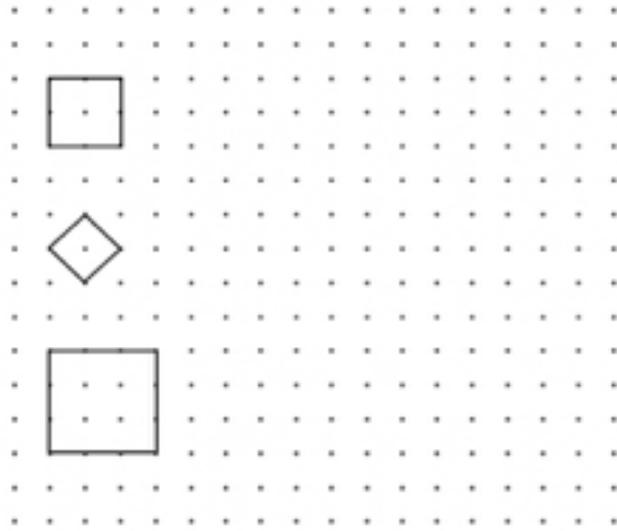


b. यह बताएँ कि ये समचतुर्भुज एक-दूसरे से किस तरह अलग हैं?

कार्य 6: कार्य 5 में दिए समचतुर्भुज पर नज़र डालें और उन सभी गुणों की एक सूची बनाएँ, जिनके बारे में आप जानते हैं। ध्यान रहे कि ये गुण सभी उदाहरणों के लिए एक समान होने चाहिए!

समचतुर्भुज के गुण		
भुजा के गुण	कोण के गुण	विकर्ण के गुण

कार्य 7 a: यहाँ वर्गों के कुछ उदाहरण दिए गए हैं। डॉट पेपर पर वर्ग के दो और उदाहरण बनाइये (ध्यान रहे कि आपके वर्ग पहले से दिए गए वर्गों से अलग हों!)



b. यह बताएँ कि ये वर्ग एक-दूसरे से किस तरह अलग हैं?

कार्य 8: कार्य 7 में दिए वर्गों पर नज़र डालें और उन सभी गुणों की एक सूची बनाएँ, जिनके बारे में आप जानते हैं। ध्यान रहे कि ये गुण सभी उदाहरणों के लिए एक समान होने चाहिए!

वर्ग के गुण		
भुजा के गुण	कोण के गुण	विकर्ण के गुण

ज्यामितीय तर्क
भाग ॥

इकाई 1: गुण-आधारित तर्क-क्षमता

पाठ 1.1: विशिष्ट चतुर्भुजों का आपसी संबंध

गतिविधि 1: पोलिस स्क्वाड मिशन 4

कृपया CLIX प्लेटफॉर्म पर इस गतिविधि को देखे।

इस पाठ में, छात्र “**पुलिसक्वाड**” – मिशन 4 खेलते हैं। इस मिशन का उद्देश्य समान्तर चतुर्भुज, समचतुर्भुज, आयत और वर्ग समुच्चयों में पदानुक्रमिक सम्बन्धों पर चर्चा की शुरुआत करना है।

गतिविधि 2- गुणों की तालिका बनाना

निम्नलिखित कार्य व्यक्तिगत रूप से करें और फिर इस पर अपने समूह के साथ चर्चा करें।

कार्य 1: नीचे दी गई गुणों की तालिका पढ़ें। यदि किसी आकृति में दिया गया गुण है, तो खाने में सही (✓) का निशान लगाएँ। यदि वह गुण नहीं है, तो खाना खाली छोड़ दें। पहली पंक्ति आपके लिए हल की गई है।

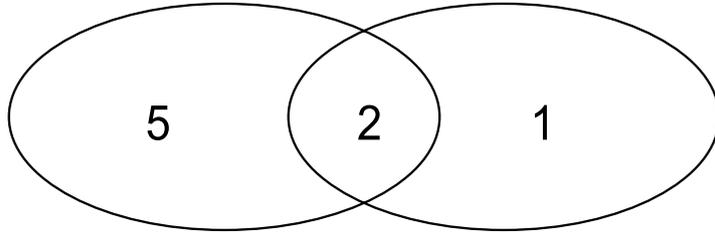
	गुण	वर्ग	आयत	समान्तर चतुर्भुज	समचतुर्भुज
1	एक बंद आकृति, जो केवल 4 रेखाओं से मिलकर बनी है	✓	✓	✓	✓
2	सम्मुख भुजाओं की लंबाई बराबर है				
3	सम्मुख भुजाएँ समानांतर है				
4	सम्मुख कोण समान हैं				
5	विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं				
6	सभी कोण समकोण हैं/बराबर हैं				
7	आसन्न कोण बराबर हैं				
8	विकर्णों की लंबाई बराबर है				
9	आसन्न भुजाओं की लंबाई बराबर है				
10	सभी 4 भुजाओं की लंबाई बराबर है				
11	विकर्ण एक-दूसरे के लम्बवत हैं				

पाठ 1.2: संबंधों का निरूपण

गतिविधि 1- संबंधों का निरूपण 1

निम्नलिखित कार्य व्यक्तिगत रूप से करें और फिर इस पर अपने समूह के साथ चर्चा करें।

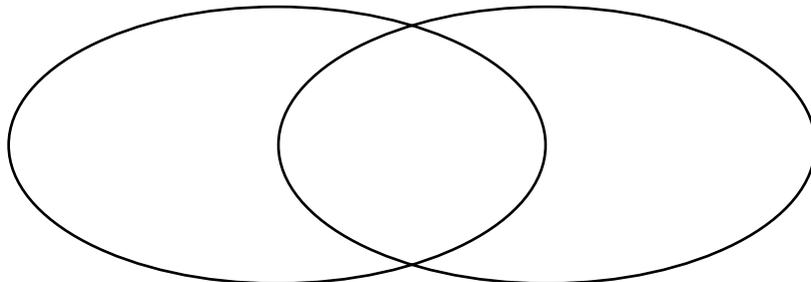
कार्य 1: नीचे दी गई प्रत्येक आकृति से संबंधित संख्याओं को दिए गए वेन आरेख में उपयुक्त स्थान पर लिखें। कुछ को आपके लिए पूरा करके दिखाया गया है



कम से कम एक वक्र भुजा

कम से कम एक सीधी भुजा

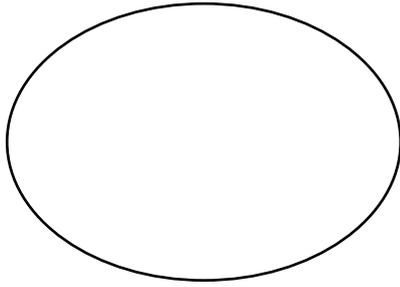
कार्य 2: नीचे दी गई प्रत्येक आकृति से संबंधित संख्याओं को दिए गए वेन आरेख में उपयुक्त स्थान पर लिखें



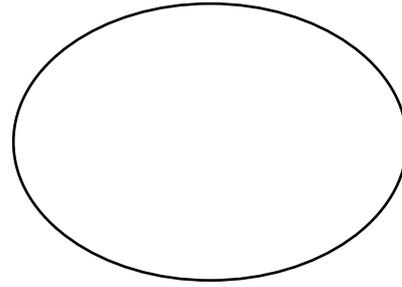
ठीक चार भुजाएँ

सभी कोण बराबर

कार्य 3: नीचे दी गई प्रत्येक आकृति से संबंधित संख्याओं को दिए गए वेन आरेख में उपयुक्त स्थान पर लिखें

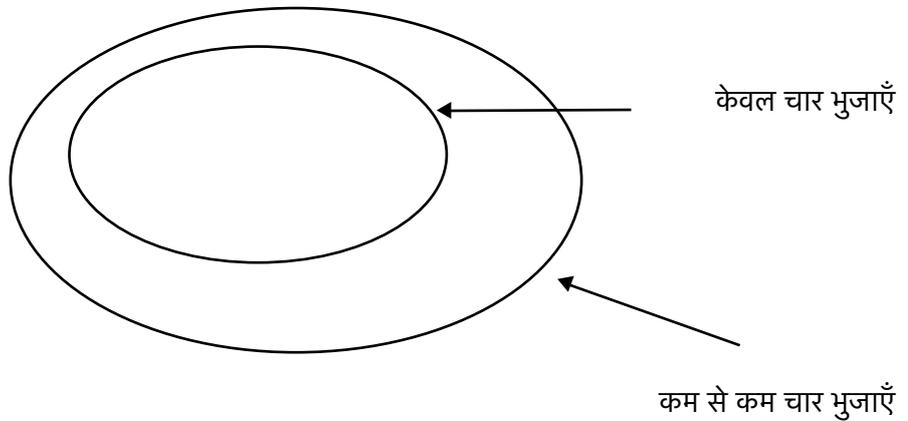


कम-से-कम एक अधिक कोण

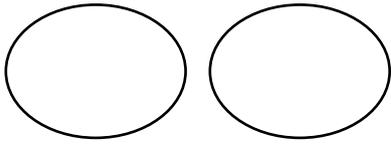


कोई अधिक कोण नहीं

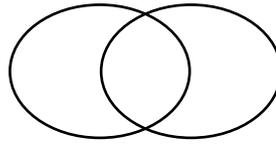
कार्य 4: नीचे दी गई प्रत्येक आकृति से संबंधित संख्या को दिए गए वेन आरेख में उपयुक्त स्थान पर लिखें



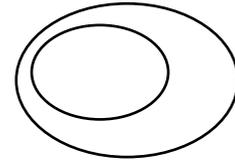
कार्य 5-8 के लिए, तीन प्रकार के वेन आरेखों, यानी प्रकार 1, प्रकार 2 या प्रकार 3 पर विचार करें।



प्रकार 1



प्रकार 2



प्रकार 3

कार्य 5: आकृतियों के दो समूहों पर विचार करें:

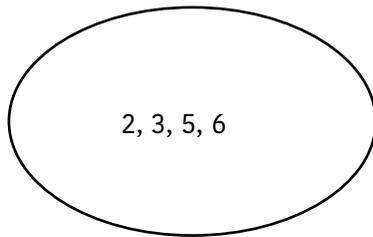
- समूह 1: कम-से-कम 4 सीधी भुजाएँ हैं
- समूह 2: 4 से कम सीधी भुजाएँ

a. इनमें से किस प्रकार का वेन (प्रकार 1, 2 या 3) आकृतियों के किसी समूह को इन दो गुणों के आधार पर वर्गीकृत करने के लिए सबसे उपयुक्त होगा? अपने चुनाव का कारण स्पष्ट करें। उसे नीचे दिए गए स्थान में बनाएँ।

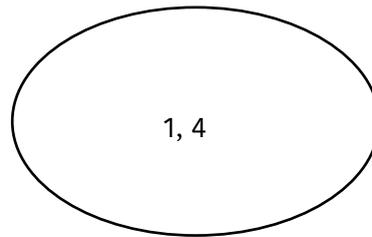
b. अब इन आकृतियों को आपके द्वारा चयनित वेन आरेख में वर्गीकृत करें (प्रत्येक स्थान में संख्याएँ लिखें। इनमें से कुछ को आपके लिए पूरा करके दिखाया गया है।)



(यह कार्य आपको उदाहरण देने के लिए पूरा किया गया है)



कम-से-कम चार सीधी भुजाएँ

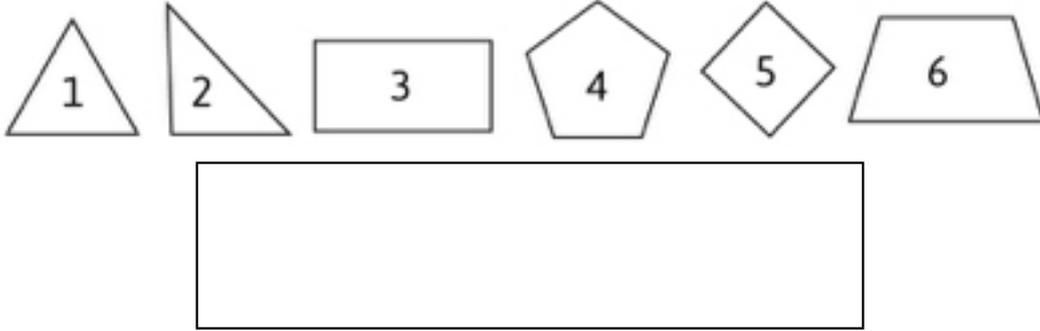


सीधी भुजाओं की संख्या चार से कम है

कार्य 2: आकृतियों के दो समूहों पर विचार करें:

- समूह 1: सभी भुजाएँ बराबर हैं
- समूह 2: कम-से-कम 1 समकोण है

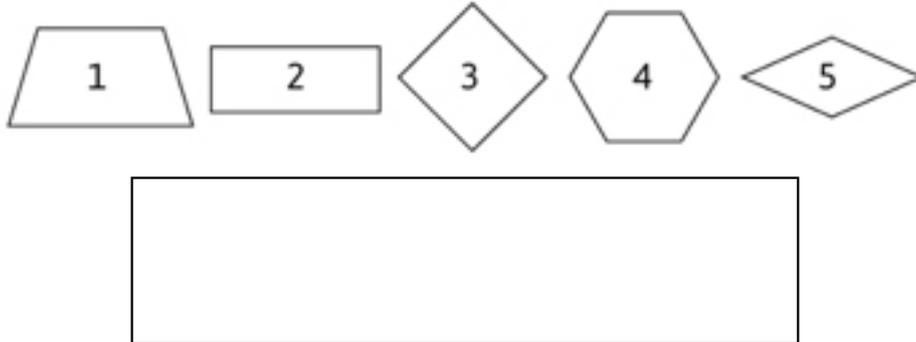
- a. इनमें से किस प्रकार का वेन (प्रकार 1, 2 या 3) आकृतियों के किसी समूह को इन दो गुणों के आधार पर वर्गीकृत करने के लिए सबसे उपयुक्त होगा? अपने चुनाव का कारण स्पष्ट करें। उसे नीचे दिए गए स्थान में बनाएँ
- b. अब इन आकृतियों को आपके द्वारा चयनित वेन आरेख में वर्गीकृत करें (प्रत्येक स्थान में संख्याएँ लिखें। इनमें से कुछ को आपके लिए पूरा करके दिखाया गया है।)



कार्य 7: आकृतियों के दो समूहों पर विचार करें:

- समूह 1: सम्मुख भुजाओं का कम-से-कम एक जोड़ा समानांतर है
- समूह 2: कोई भी दो भुजाएँ समानान्तर नहीं है

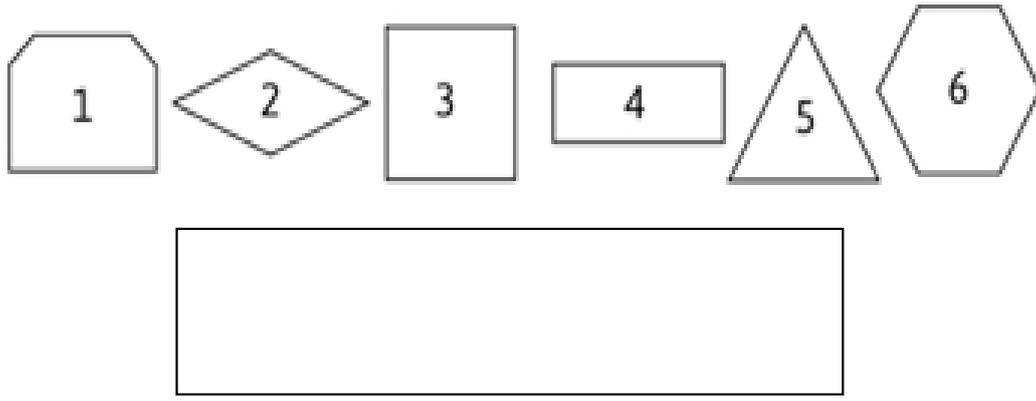
- a. इनमें से किस प्रकार का वेन (प्रकार 1, 2 या 3) आकृतियों के किसी समूह को इन दो गुणों के आधार पर वर्गीकृत करने के लिए सबसे उपयुक्त होगा? अपने चुनाव का कारण स्पष्ट करें। उसे नीचे दिए गए स्थान में बनाएँ।
- b. अब इन आकृतियों को आपके द्वारा चयनित वेन आरेख में वर्गीकृत करें (प्रत्येक स्थान में संख्याएँ लिखें। इनमें से कुछ को आपके लिए पूरा करके दिखाया गया है।)



कार्य 8: गुणों के इस समूह पर विचार करें

- कम-से-कम 3 सीधी भुजाएँ
- केवल 4 सीधी भुजाएँ

- a. इनमें से किस प्रकार का वेन (प्रकार 1, 2 या 3) आकृतियों के किसी समूह को इन दो गुणों के आधार पर वर्गीकृत करने के लिए सबसे उपयुक्त होगा? अपने चुनाव का कारण स्पष्ट करें। उसे नीचे दिए गए स्थान में बनाएँ।
- b. अब इन आकृतियों को आपके द्वारा चयनित वेन आरेख में वर्गीकृत करें (प्रत्येक स्थान में संख्याएँ लिखें। इनमें से कुछ को आपके लिए पूरा करके दिखाया गया है।)

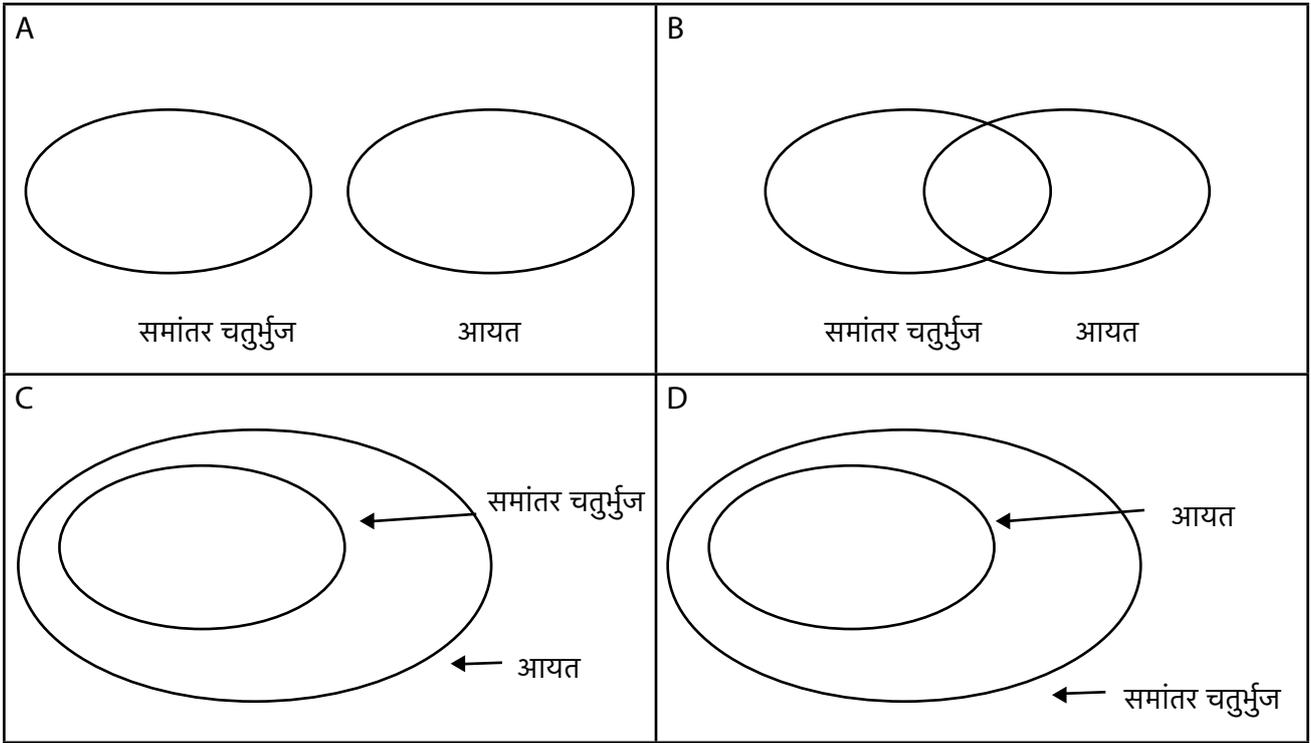


गतिविधि 2- संबंधों का निरूपण 2

कार्य 1: दिए गये वेन आरेखों में से कौन समांतर चतुर्भुजों और चतुर्भुजों का सही निरूपण है और क्यों? (वे आपस में कैसे संबंधित हैं इसका पता लगाने के लिए हो सकता है आप चतुर्भुजों और समांतर चतुर्भुजों की परिभाषा और उनके गुणों का उपयोग कर सकते हैं।)

<p>A</p> <p>समांतर चतुर्भुज चतुर्भुज</p>	<p>B</p> <p>समांतर चतुर्भुज चतुर्भुज</p>
<p>C</p> <p>समांतर चतुर्भुज</p> <p>चतुर्भुज</p>	<p>D</p> <p>चतुर्भुज</p> <p>समांतर चतुर्भुज</p>

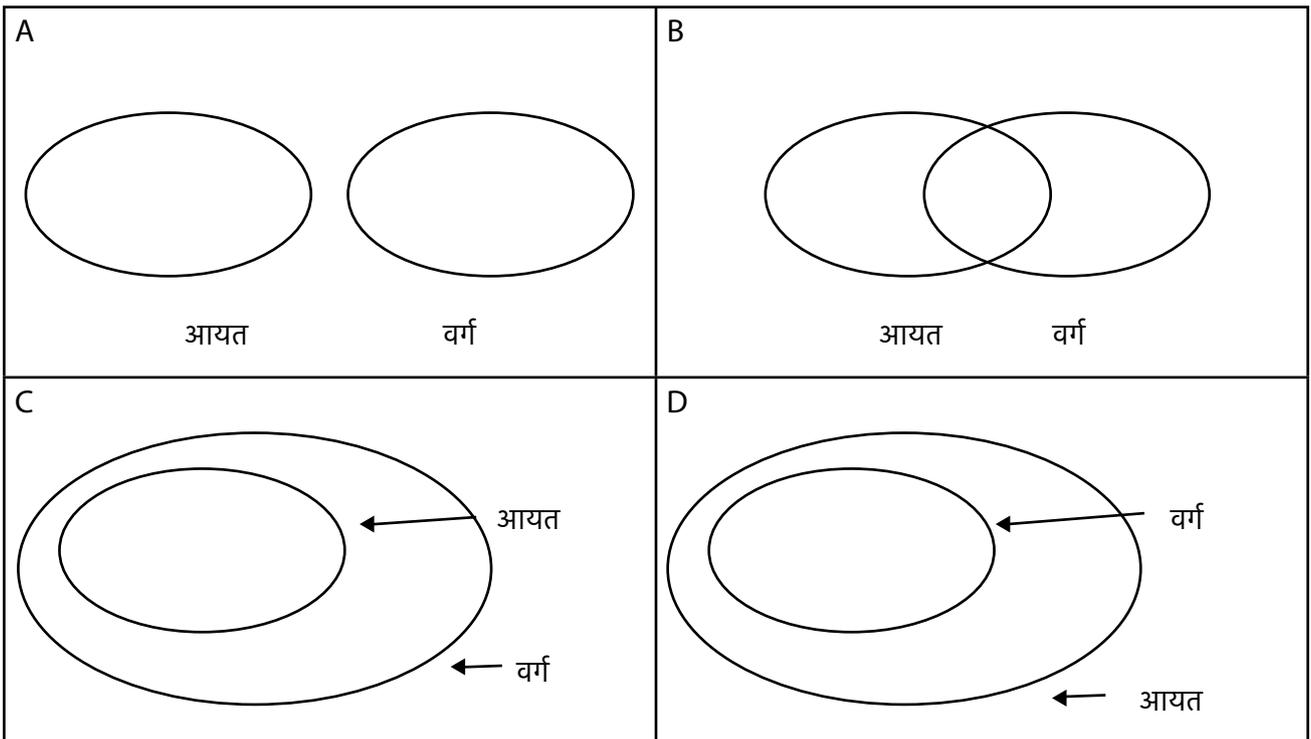
कार्य 2: दिए गए वेन आरेखों में से कौन समांतर चतुर्भुजों और आयतों का सही निरूपण है और क्यों? (वे आपस में कैसे संबंधित हैं इसका पता लगाने के लिए हो सकता है आप समांतर चतुर्भुजों और आयतों की परिभाषा और उनके गुणों का उपयोग कर सकते हैं।)



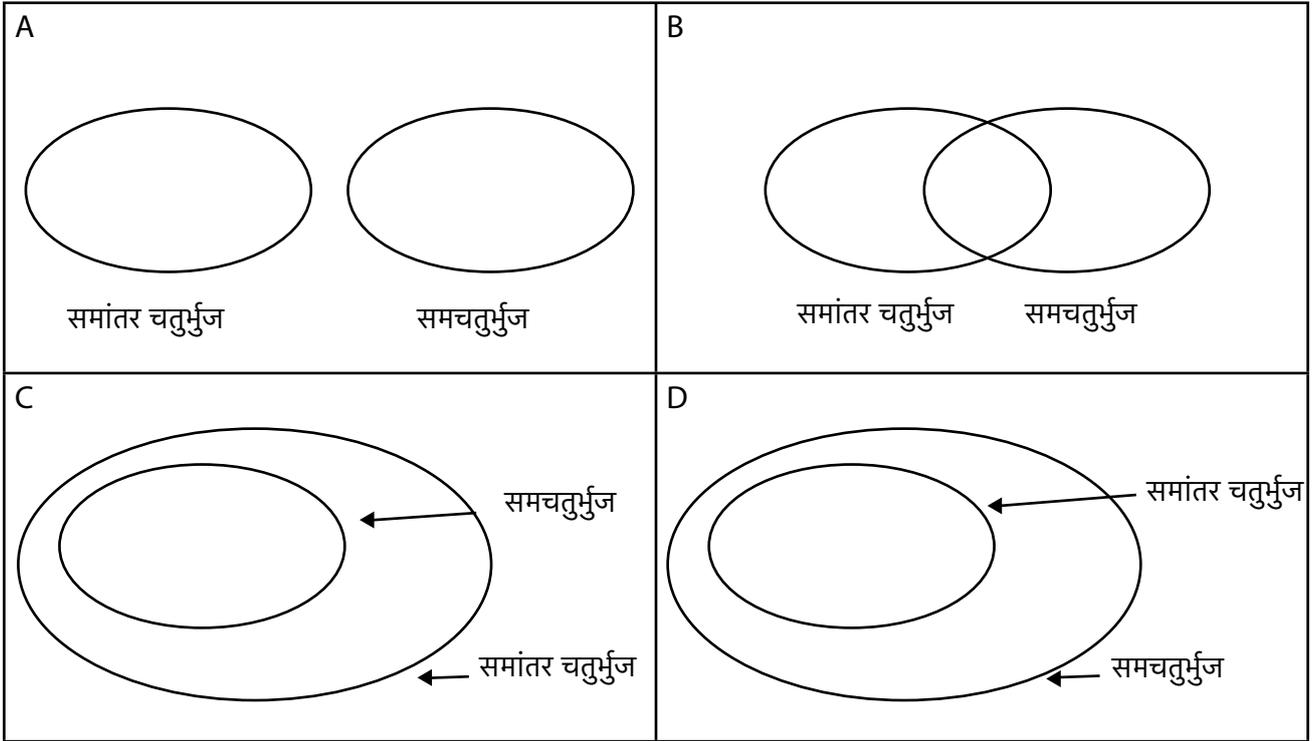
कार्य 3: कार्य 2 के आधार पर बताएँ कि इनमें से कौन-सा कथन सही है और क्यों?

- सभी समांतर चतुर्भुज आयत होते हैं
- सभी आयत समांतर चतुर्भुज होते हैं
- कुछ आयत समांतर चतुर्भुज होते हैं (और कुछ नहीं)।
- कोई भी समांतर चतुर्भुज आयत नहीं होता

कार्य 4: दिए गए वेन आरेखों में से कौन आयतों और वर्गों का सही निरूपण है और क्यों? (वे आपस में कैसे संबंधित हैं इसका पता लगाने के लिए हो सकता है आप चतुर्भुजों और समांतर चतुर्भुजों की परिभाषा और उनके गुणों का उपयोग कर सकते हैं।)



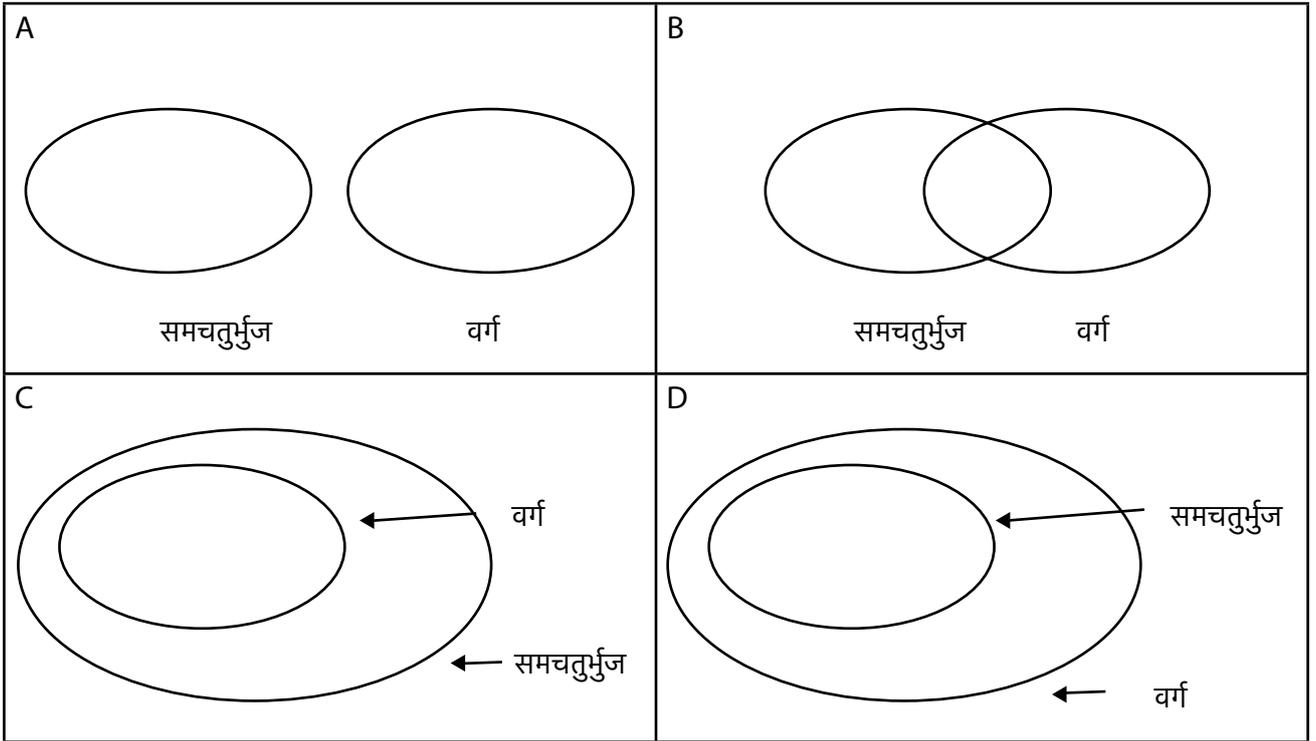
कार्य 5: दिए गए वेन आरेखों में से कौन समांतर चतुर्भुजों और समचतुर्भुजों का सही निरूपण है और क्यों? (वे आपस में कैसे संबंधित हैं इसका पता लगाने के लिए हो सकता है आप समांतर चतुर्भुजों और समचतुर्भुजों की परिभाषा और उनके गुणों का उपयोग कर सकते हैं।)



कार्य 6: कार्य 4 के आधार पर, इनमें से कौन-सा कथन सही है?

- सभी समांतर चतुर्भुज समचतुर्भुज होते हैं
- सभी समचतुर्भुज समांतर चतुर्भुज होते हैं
- कुछ समचतुर्भुज समांतर चतुर्भुज होते हैं (और कुछ नहीं) ।
- कोई भी समांतर चतुर्भुज समचतुर्भुज नहीं होता।

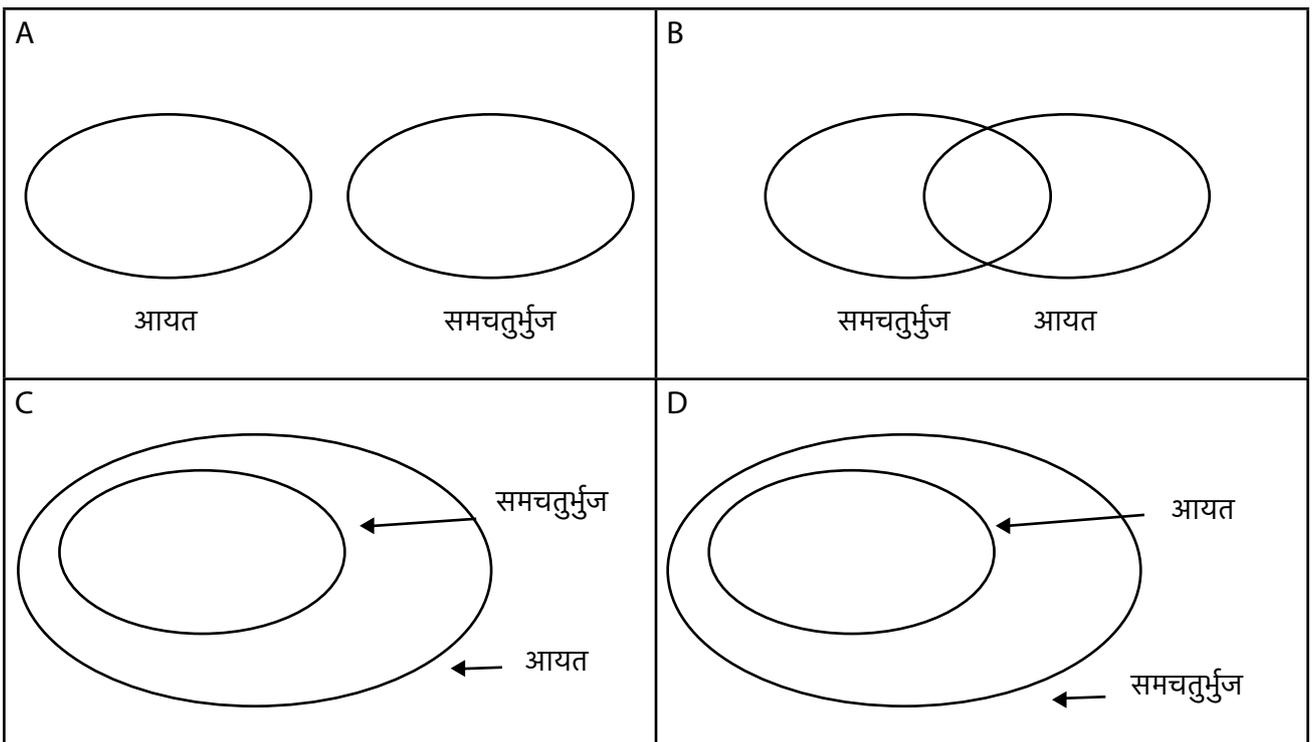
कार्य 7: दिए गए वेन आरेखों में से कौन समचतुर्भुजों और वर्गों का सही निरूपण है और क्यों? (वे आपस में कैसे संबंधित हैं इसका पता लगाने के लिए हो सकता है आप समचतुर्भुजों और वर्गों की परिभाषा और उनके गुणों का उपयोग कर सकते हैं।)



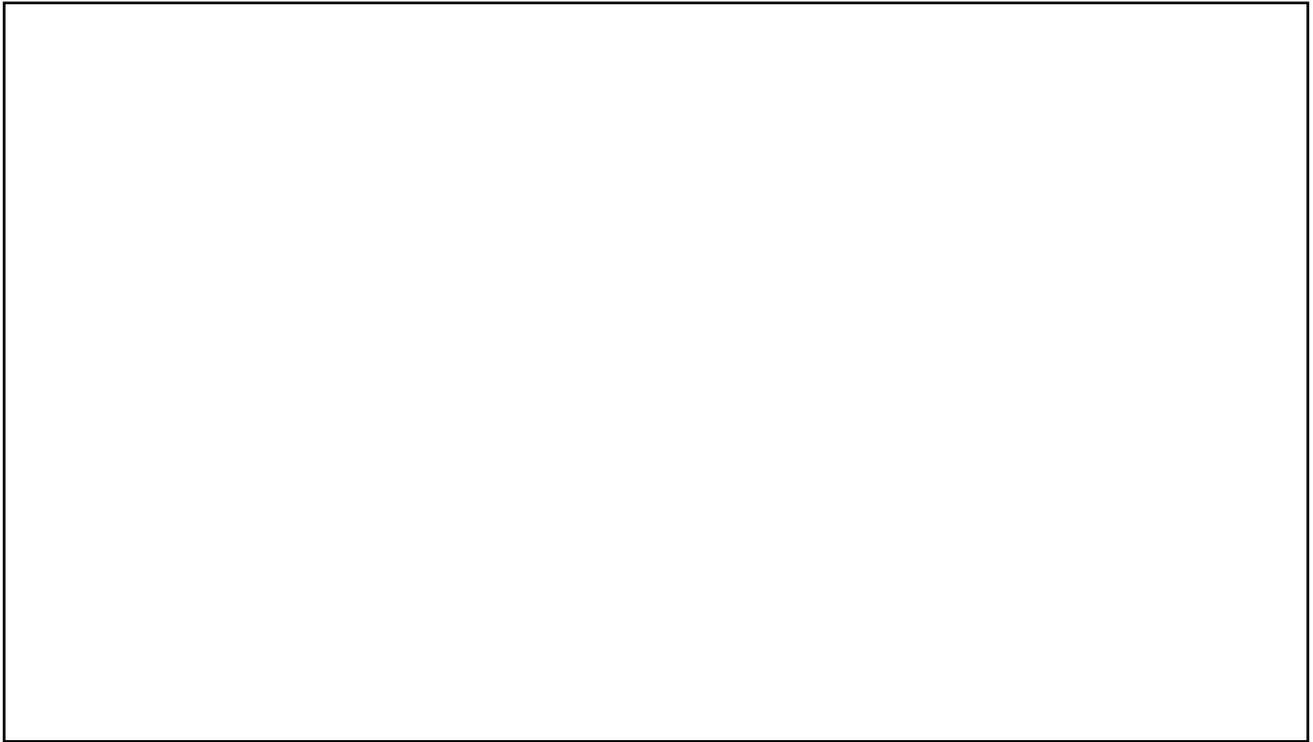
इसके आधार पर वाक्य को पूरा करने वाला सही शब्द चुनें।

- i) _____ समचतुर्भुज वर्ग होते हैं. (सभी/ कुछ/ कोई भी नहीं)
 ii) _____ वर्ग समचतुर्भुज होते हैं (सभी/ कुछ/ कोई भी नहीं)

कार्य 8: दिए गए वेन आरेखों में से कौन आयतों और समचतुर्भुजों का सही निरूपण है और क्यों? (वे आपस में कैसे संबंधित हैं इसका पता लगाने के लिए हो सकता है आप समांतर चतुर्भुजों और समचतुर्भुजों की परिभाषा और उनके गुणों का उपयोग कर सकते हैं।)



कार्य 9: उपर्युक्त कार्यो में चुने गए वेन आरेखों का उपयोग करते हुए, चतुर्भुजों, समांतर चतुर्भुजों, समचतुर्भुजों, आयतों और वर्गों को एक ही आरेख में निरूपित करें। आयत का उपयोग करके चतुर्भुजों को दर्शायें करें और शेष चतुर्भुजों को दर्शाने करने के लिए उपयुक्त वृत्तों का उपयोग करें।



पाठ 1.3: परिभाषाओं पर चर्चा

कृपया **CLIX प्लेटफार्म** पर इस पाठ को देखे।

इस पाठ में, छात्र विभिन्न चतुर्भुजों की परिभाषाओं पर चर्चा करेंगे और वेन आरेख के उपयोग से विभिन्न चतुर्भुजों के बीच के संबंधों को दर्शायेंगे।

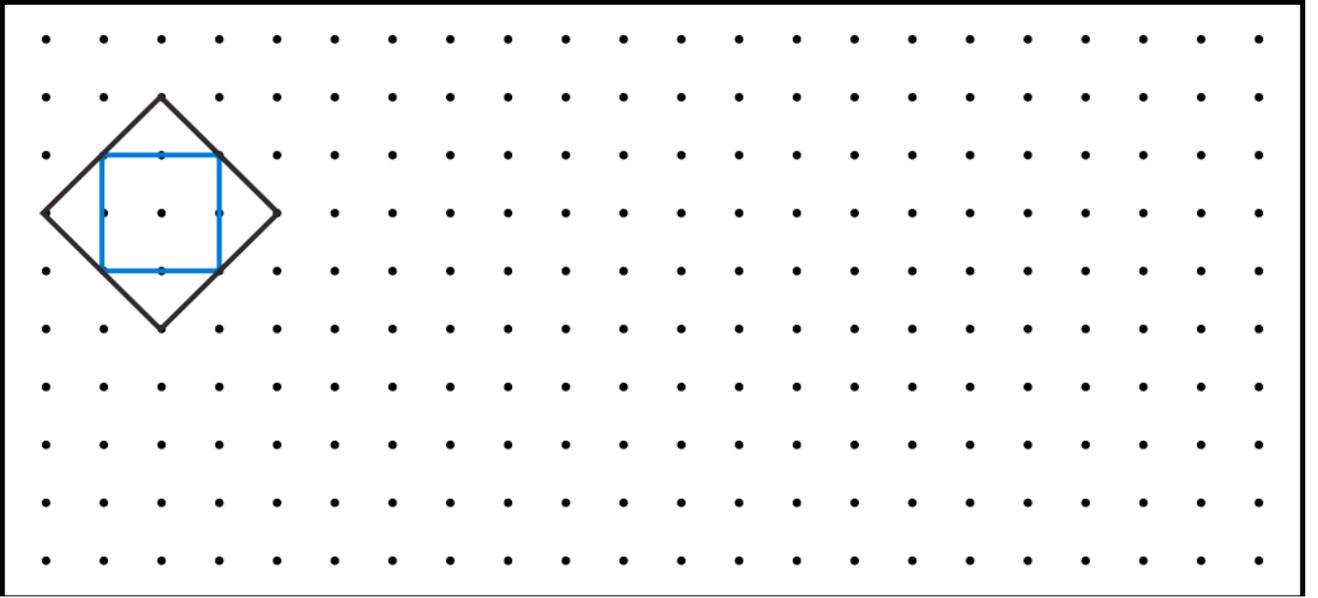
इकाई 2 : प्रमाणों की जरूरत को समझना

पाठ 2.1: मध्य बिन्दुओं की पड़ताल

गतिविधि 1- मध्य बिन्दुओं की पड़ताल

नीचे दिए गए कार्य पर पहले व्यक्तिगत रूप से काम करें और फिर अपने समूह के साथ उस पर चर्चा करें।

कार्य 1: नीचे दिए गए डॉट पेपर (बिन्दुओं वाला कागज) पर, अलग-अलग वर्ग बनाएं। इनमें से प्रत्येक वर्ग की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाएं (क्रम में) और नए चतुर्भुज बनाएं। यहाँ पहला वर्ग और चतुर्भुज उदाहरण स्वरूप दिखाया गया है।



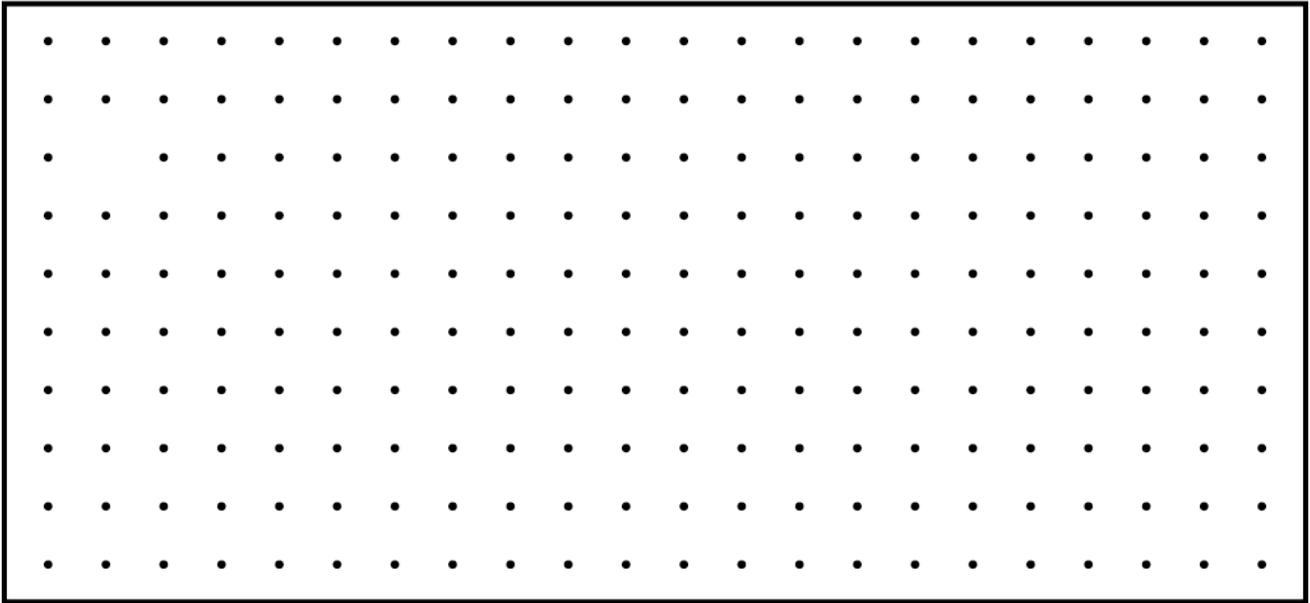
बनाए गए हर एक चतुर्भुज का अवलोकन करें, और नीचे दिए गए कथनों को पूरा करें :

किसी वर्ग की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने से बनने वाला चतुर्भुज _____ होता है।

कार्य 2: अगर आप इसी तरीके से किसी आयत की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाते हैं तो आपको क्या लगता है कि आपको कौन सी आकृति प्राप्त होगी? इस बारे में सोचें, और अपने अनुमान को यहाँ लिखें :

किसी _____ की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने से बनने वाला चतुर्भुज एक _____ होता है।

कार्य 3: अब नीचे दिए गए डॉट पेपर पर अलग-अलग आयत बनाकर, और उनकी भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाकर अपने अनुमान की जाँच करें।

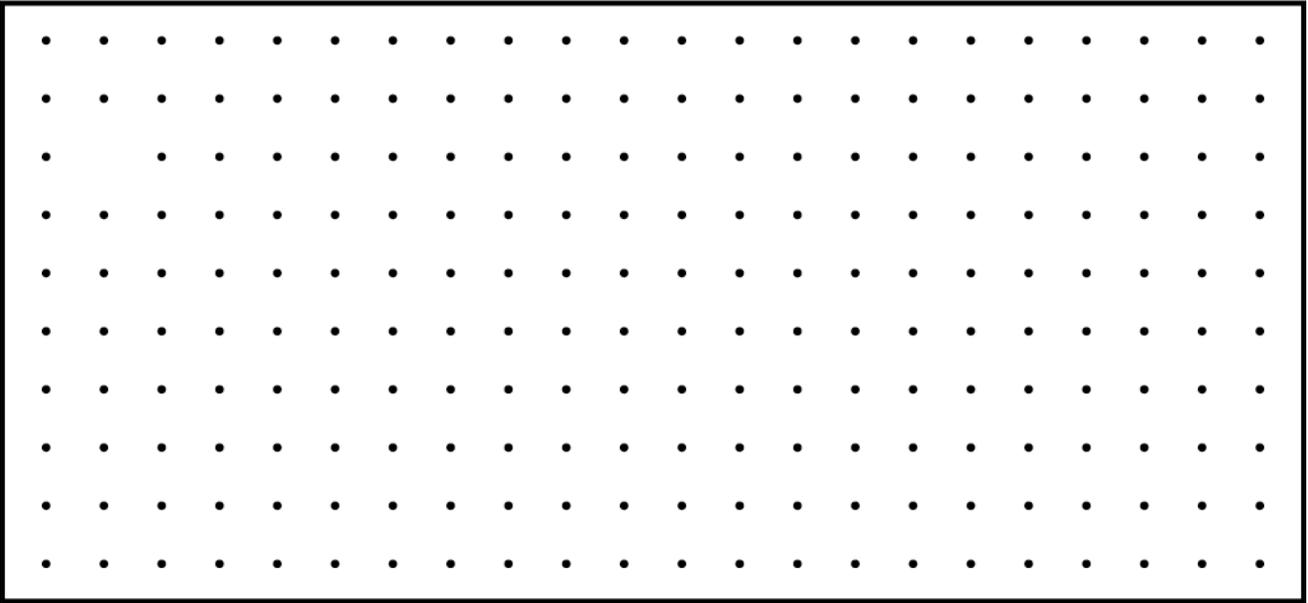


कार्य 4: कार्य 3 के आधार पर क्या आपका अनुमान सही साबित होता है? यदि नहीं, तो फिर आप उसमें क्या सुधार करेंगे?

कार्य 5: अब अन्य विशेष चतुर्भुजों - सम चतुर्भुज और समानान्तर चतुर्भुज - के बारे में इसी प्रकार के अनुमान लगाएं और फिर उनकी जाँच करें। अपने अनुमानों को नीचे दिए गए स्थान में लिखें, और फिर डॉट ग्रिड (बिन्दुओं के जाल) का प्रयोग करते हुए उनकी जाँच करें।

अनुमान 1

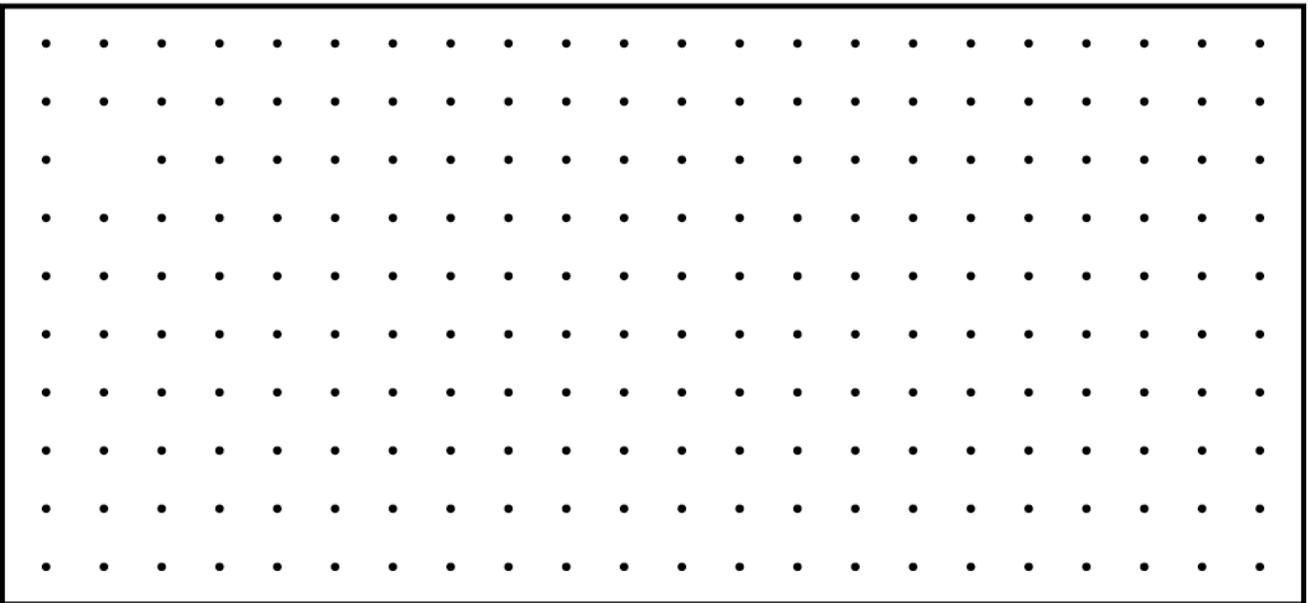
अनुमान 2



कार्य 6: पिछले 5 कार्यों के अपने अनुभवों से सीखते-समझते हुए अनुमान लगाएं कि किसी भी चतुर्भुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने से बनने वाली आकृति कैसी होगी।

विचार करने की बातें :

क्या यह अनुमान सभी चतुर्भुजों के लिए सही होगा? आपको कैसे पता? अपने तर्क को यहाँ समझाएं। अगर जरूरत हो तो नीचे दी गई डॉट ग्रीड का प्रयोग करें।



अतिरिक्त कार्य 1: यदि संभव हो, तो ऐसा चतुर्भुज बनाएं जिसकी भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को क्रम में मिलाने से बनने वाली आकृति समानान्तर चतुर्भुज नहीं हो। अगर ऐसा करना संभव नहीं है, तो समझाएं कि क्यों संभव नहीं है।

पाठ 2.2: कोणों के योग का गुणधर्म

इस पाठ में, “जियोजेब्रा” ऐप्लीकेशन के इस्तेमाल से छात्र चतुर्भुजों और अन्य बहुभुजों के अन्तः कोणों के योग की खोज और जाँच कर सकेंगे।

गतिविधि 1- चतुर्भुजों के कोणों के योग का गुणधर्म

नीचे दिए गए कार्य पर पहले व्यक्तिगत रूप से कार्य करें और फिर अपने समूह के साथ उस पर चर्चा करें।

कार्य 1: एक चतुर्भुज ABCD बनाएं और उसके अंततः कोणों को मापें। उन्हें नीचे दी गई तालिका में भरें।

$\angle A$	$\angle B$	$\angle C$	$\angle D$	सभी (अंततः) कोणों का योग

कार्य 2: अपने चतुर्भुज की तुलना आपकी कक्षा के अन्य विद्यार्थियों के चतुर्भुजों के साथ करें।

- क्या वे सभी एक से दिखाई देते हैं?
 - क्या आप सभी चतुर्भुजों में कोई खास पैटर्न/ नियमितता देखते हैं? अपने अवलोकन को अनुमान के रूप में लिखें :
-
-

कार्य 3: कार्य 2 में देखी गई व्यवस्था (पैटर्न) को ध्यान में रखें।

- क्या आप समझते हैं कि यह पैटर्न सभी चतुर्भुजों में है?
 - क्यों अथवा क्यों नहीं?
-
-

कार्य 4: एक चतुर्भुज बनाएं और उसका एक विकर्ण खींचें। बिना मापे, क्या आप बता सकते हैं कि इस चतुर्भुज के अंतः कोणों का योग कितना होगा? अपने कारण बताएं।

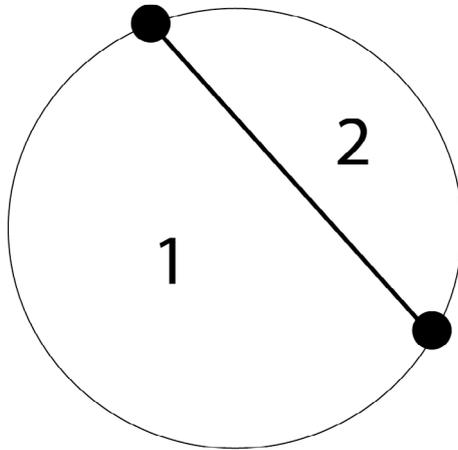
अतिरिक्त कार्य 1: क्या आप समझते हैं कि यह गुणधर्म (आंतरिक कोणों का योग) सभी समानान्तर चतुर्भुजों में पाया जाएगा? क्यों अथवा क्यों नहीं?

पाठ 2.3: प्रमाण की आवश्यकता

गतिविधि 1- प्रमाण की आवश्यकता

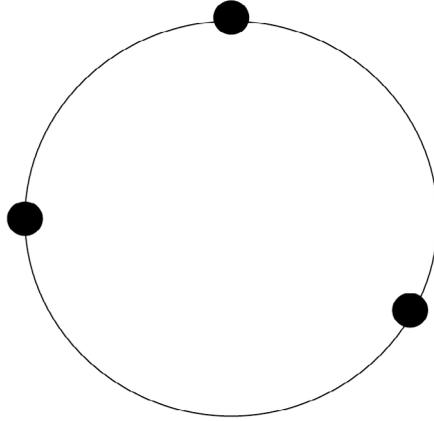
इस गतिविधि पर पहले व्यक्तिगत रूप से काम करें और फिर अपने समूह के साथ इस पर चर्चा करें।

कार्य 1: एक वृत्त पर 2 अलग-अलग बिन्दु बनाएं, और उन्हें एक रेखा खींचकर मिलाएं। देखें कि इससे वृत्त कितने क्षेत्रों में विभाजित हो जाता है।



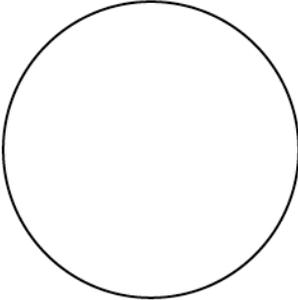
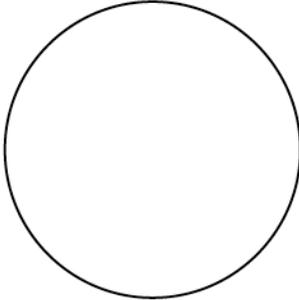
- वृत्त पर बिन्दुओं की संख्या : _____
- वृत्त के भीतर बने पृथक क्षेत्रों की संख्या : _____

कार्य 2: अब एक और वृत्त बनाएं। इस पर 3 अलग-अलग बिन्दु बनाएं। इन बिन्दुओं के सभी संभव जोड़ों को मिलाएं। वृत्त कितने पृथक क्षेत्रों में विभाजित हो जाता है?



- वृत्त पर बिन्दुओं की संख्या : _____
- वृत्त के भीतर बने पृथक क्षेत्रों की संख्या : _____

कार्य 3: एक वृत्त पर 4 अलग-अलग बिन्दु बनाएं, इन बिन्दुओं के सभी संभव जोड़े मिलाएं। देखें कि वृत्त कितने क्षेत्रों में विभाजित हो जाता है। दूसरे वृत्त में 5 अलग-अलग बिन्दुओं के साथ यही प्रक्रिया दोहराएं।

	
<p>वृत्त पर चार बिन्दु होने पर</p> <ul style="list-style-type: none"> • वृत्त पर बिन्दुओं की संख्या : _____ • वृत्त के भीतर बने क्षेत्रों की संख्या : _____ 	<p>वृत्त पर पाँच बिन्दु होने पर</p> <ul style="list-style-type: none"> • वृत्त पर बिन्दुओं की संख्या : _____ • वृत्त के भीतर बने क्षेत्रों की संख्या : _____

कार्य 4: अब कार्य 1-3 तक के अपने अवलोकनों को नीचे दी गई तालिका में दर्ज करें।

वृत्त पर बिन्दुओं की संख्या	1	2	3	4	5
वृत्त के भीतर बने क्षेत्रों की संख्या					

कार्य 5: आप बिन्दुओं की संख्या और निर्मित होने वाले क्षेत्रों की बीच क्या व्यवस्था (पैटर्न) देखते हैं? उसे लिखें। (आप इसे, वृत्त पर बनाए गए बिन्दुओं की संख्या और वृत्त के भीतर बने पृथक क्षेत्रों की संख्या के बीच के संबंध से जुड़े 'नियम' के रूप में भी लिख सकते हैं)

कार्य 6: क्या आपको लगता है कि वृत्त पर कितने भी बिन्दु बनाए जाने पर भी आपका 'नियम' सही सिद्ध होगा? क्यों अथवा क्यों नहीं?

कार्य 7: अपने 'नियम' की जाँच करने के लिए :

i) वृत्त पर 1 बिन्दु लें

वृत्त के भीतर पृथक क्षेत्रों की संख्या :

ii) वृत्त पर 6 बिन्दु लें

वृत्त के भीतर पृथक क्षेत्रों की संख्या :

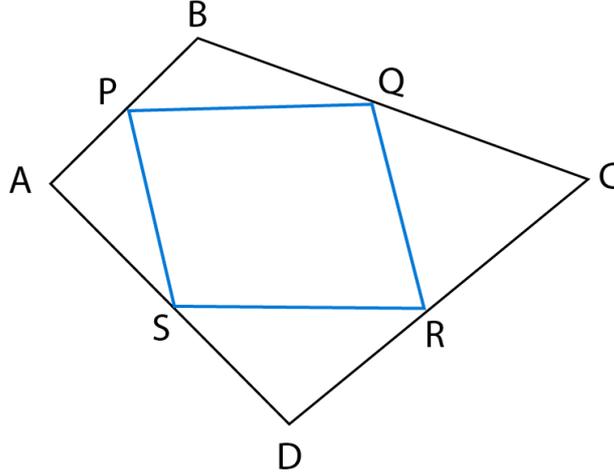
कार्य 8: क्या आपका नियम सही सिद्ध हुआ? इस आधार पर, क्या आप कार्य 6 में दिए गए अपने जवाब को बदलना चाहेंगे? यदि हाँ, तो नया जवाब यहाँ लिखें।

आपके हिसाब से किसी अनुमान को गलत सिद्ध करने के लिए कितने उदाहरण 'पर्याप्त' होते हैं?

पाठ 2.4: प्रमाण का लेखन

गतिविधि 1- चतुर्भुजों के मध्य बिन्दुओं के निष्कर्ष को सही सिद्ध करना

कार्य 1: इस चित्र में, चतुर्भुज ABCD के मध्य बिन्दुओं को मिलाने से PQRS बनता है। इस बात को सिद्ध करें कि PQRS एक समानान्तर चतुर्भुज है।



(संकेत: मध्य बिन्दु प्रमेय के निष्कर्ष - किसी त्रिभुज की दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा, तीसरी भुजा के समानान्तर और उसकी आधी होती है - का उपयोग करें।)

पाठ 2.5: कथनों को सही और गलत सिद्ध करना

गतिविधि 1- सही और गलत कथन

अपने समूह में इन कथनों पर चर्चा करके उत्तर निकालें और फिर अपने उत्तर को कक्षा के समक्ष प्रस्तुत करें। उत्तर निकालने के लिए दी गई जगह का उपयोग करें।

कार्य 1: प्रत्येक कथन की जाँच करें और बताएं कि वह सही है या गलत। प्रत्येक मामले में, अपने उत्तर के कारणों को सामने लाएं। आप अपने उत्तर को आधार देने के लिए दी गई जगह में लिख सकते हैं, तथा रेखाचित्र, तालिकाएं इत्यादि बना सकते हैं।

1. अगर आप किसी पूर्ण संख्या को दोगुना करें तो आपको एक सम संख्या मिलेगी।

सही

गलत

2. अगर आप 2 विषम संख्याओं को जोड़ें तो आपको एक सम संख्या मिलेगी।

सही

गलत

3. अगर आप किसी पूर्ण संख्या में 1 जोड़ते हैं तो आपको ऐसी संख्या मिलेगी जो 1,000,000,000,000,000,000 से कम होगी।

सही

गलत

4. अगर किसी समानान्तर चतुर्भुज की संलग्न भुजाओं का एक जोड़ा समान है तो वह समानान्तर चतुर्भुज एक आयत होगा

सही

गलत

5. अगर किसी समानान्तर चतुर्भुज की संलग्न भुजाओं का एक जोड़ा समान है तो वह समानान्तर चतुर्भुज एक आयत होगा

सही

गलत

6. अगर किसी समानान्तर चतुर्भुज में कम से कम एक समकोण है, तो वह समानान्तर चतुर्भुज एक आयत होगा।

सही

गलत

7. अगर किसी चतुर्भुज में आमने सामने की भुजाओं का एक जोड़ा समान है, तो वह चतुर्भुज, समानान्तर चतुर्भुज होगा।

सही

गलत

8. अगर किसी चतुर्भुज में आमने सामने की भुजाओं का एक जोड़ा समान भी है और समानान्तर भी, तो वह चतुर्भुज समानान्तर चतुर्भुज होगा।

सही

गलत



CONNECTED LEARNING INITIATIVE

Centre for Education, Innovation and Action Research
Tata Institute of Social Sciences
V.N.Purav Marg, Deonar,
Mumbai – 400088, India
Phone: +91 – 22- 25525002/3/4
www.clix.tiss.edu